

## ИССЛЕДОВАНИЯ В ТЕОРЕТИЧЕСКОМ ОТДЕЛЕ ИЗМИРАН

**В. Б. Семикоз**

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова Российской академии наук (ИЗМИРАН)

Исследования, проведённые в Теоретическом отделе в последние десятилетия, охватывали приложения современных методов теоретической физики к решению проблем физики Солнца, физики космической плазмы, релятивистской астрофизики, нейтринной астрофизики, а также включали в себя рассмотрение нелинейных явлений в тёмной материи. Был достигнут существенный прогресс в развитии некоторых тонких методов математической физики, в частности, в приложениях аппарата дифференциальной топологии к теории динамо и к задачам геофизики, а также при построении новых вариационных и асимптотических методов. Многие результаты были получены при исследовании влияния магнитных полей и флуктуаций плотности в зоне лучистой теплопроводности Солнца на осцилляции солнечных нейтрино. На протяжении нескольких лет это направление работ находилось в центре внимания теоретического отдела ИЗМИРАН.

В предлагаемом ниже обзоре представлены наиболее важные результаты проведённых исследований. Список публикаций включает в себя избранные работы, опубликованные в 1989–2014 гг. в престижных международных и отечественных журналах.

*Ключевые слова:* солнечные нейтрино, солнечное динамо, космологические магнитные поля, барионная асимметрия, нейтронные звёзды, излучение нейтрино, турбулентность плазмы, веерная неустойчивость, инварианты в идеальной МГД, нелинейная динамика тёмной материи, нелинейные волны, кинетика неидеальной плазмы.

Специфика исследований, проводимых в теоретическом отделе, — это использование методов теоретической физики в решении разнообразных задач: в физике Солнца, физике космической плазмы, релятивистской астрофизике и космологии, в анализе нелинейных явлений в тёмной материи.

Сюда относятся также такие тонкие разделы математики как приложение дифференциальной топологии в теории динамо и геофизике, и, наконец, вариационные и асимптотические методы в задачах теоретической физики.

Исследование солнечных магнитных полей и возмущений плотности в зоне лучистого переноса по наблюдениям осцилляций солнечных нейтрино подземными детекторами являлось одной из центральных тем в теоретическом отделе ИЗМИРАН в последние десятилетия. Помимо задач самой нейтринной астрофизики, таких как, например, ограничение нейтринного переходного магнитного момента из глобального анализа всех нейтринных экспериментов, включая наблюдения солнечных и реакторных нейтрино, решалась обратная задача определения параметров в центральных областях Солнца: корреляционной длины возмущений плотности, магнитного поля, влияющих на нейтринные осцилляции в общепринятой модели Михеева-Смирнова-Вольфенштайна, при известных ограничениях на параметры смешивания нейтрино.

Ограничения на центральное (дипольное) магнитное поле Солнца по сдвигу частот гравитационных мод или по их влиянию на баттерфляй-диаграммы солнечного цикла активности дополнялось поиском затравочных магнитных полей галактик и звёзд — космологических магнитных полей в горячей плазме ранней Вселенной.

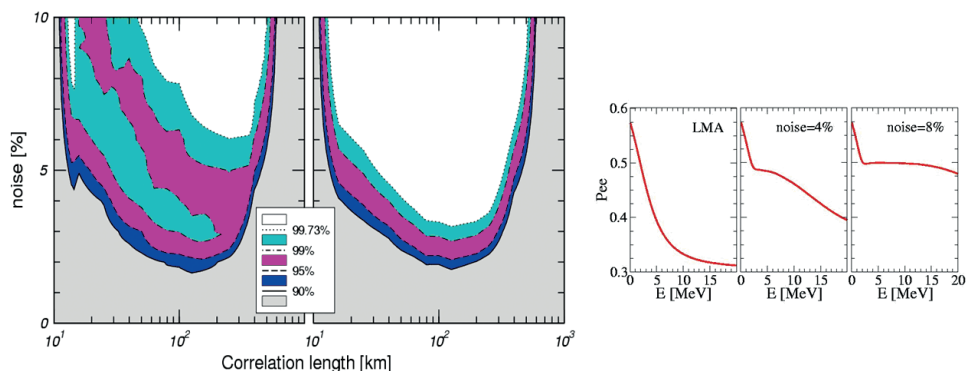
Ниже по порядку всех проводимых исследований теоретического отдела излагаются основные результаты 1989–2014 гг. и в конце приводится список многочисленных публикаций в престижных реферируемых зарубежных и отечественных журналах.

1. Физика нейтрино в среде с магнитным полем и в среде с шумом плотности.
2. Солнечные нейтрино.
3. Магнитные поля в зоне лучистого переноса Солнца.
4. Космологические магнитные поля и обобщение магнитогидродинамики в стандартной модели физики элементарных частиц.
5. Нейтринное излучение нейтронных звёзд.
6. Космическая плазма: турбулентность–волны–частицы.
7. Приложения дифференциальной топологии в теории динамо и геофизике.
8. Нелинейные явления в тёмной материи.
9. Вариационные и асимптотические методы в задачах теоретической физики.
10. Нелокальные явления переноса и флуктуации в неравновесных системах.

#### 1. ФИЗИКА НЕЙТРИНО В СРЕДЕ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ И В СРЕДЕ С ШУМОМ ПЛОТНОСТИ

Три статьи В. Б. Семикоза (1990-е гг.) нашли развитие в работах других авторов — экспертов в физике нейтрино:

- Ограничения на магнитный момент и массу дираковского нейтрино в космологическом магнитном поле [Enqvist et al., 1992]. Отметим, что недавно установленный нижний предел на космологическое магнитное поле — затравочное галактическое магнитное поле (Неронов и др. 2009–2010),  $B_{seed} \geq 10^{-16}$  Гс, — позволяет значительно улучшить эти ограничения.
- Об аксиально-векторном потенциале взаимодействия нейтрино с магнитным полем, влияющем на МСВ-осцилляции (эффект Михеева-Смирнова-Вольфенштейна) в магнитосфере сверхновой (без магнитного момента нейтрино) [Nunokawa et al., 1997].
- О влиянии шума плотности на МСВ-осцилляции солнечных нейтрино [Nunokawa et al., 1996]. В этой работе нами впервые было показано, каким образом случайный шум плотности небольшой амплитуды ( $\leq 2\%$  от средней плотности) приводит к значительному повышению вероятности выживания электронных нейтрино в процессе нейтринных осцилляций, как это демонстрирует, например, рис. 1 (правая панель), взятый из статьи [Burgess et al., 2004b].



**Рис. 1.** Влияние шума плотности на повышение вероятности выживания электронных нейтрино в процессе нейтринных осцилляций

На левой панели рис. 1 показаны запрещённые области параметров шума плотности (амплитуды и корреляционной длины), полученные из глобального анализа всех нейтринных экспериментов, слева — без учёта, а справа — с учётом KamLAND (Kamioka Liquid scintillator Anti-Neutrino Detector).

## 2. СОЛНЕЧНЫЕ НЕЙТРИНО

К важнейшим достижениям группы, занимающейся в ИЗМИРАН нейтринной астрофизикой, следует отнести серию работ по физике солнечных нейтрино [Burgess et al., 2003, 2004a, b], в которых решалась обратная задача по поиску ограничений на возмущения плотности (длину пространственных корреляций и амплитуду возмущений плотности) в центральных областях Солнца, невидимых при решении обратной задачи гелиосейсмологии. Речь идёт о малых пространственных масштабах (сотни километров) порядка длины МСВ осцилляций солнечных нейтрино в зоне радиационного переноса (radiative zone,  $R < 0,7R_{Sun}$ ). Подобные коротковолновые возмущения не интерферируют с длинноволновыми р- (и g-) модами, базисными функциями в обратной задаче стандартной гелиосейсмологии (длина волн 1000...10 000 км), но могут генерироваться в рамках магнитогидродинамики (МГД) при наличии центрального магнитного поля с напряжённостью, удовлетворяющей всем известным на сегодня ограничениям. Подчёркнём, что при глобальном анализе всех экспериментов с солнечными нейтрино и реакторным KamLAND в программе численных расчётов, выполненных в сотрудничестве с группой университета Валенсии (Испания, Universidad de Valencia), учитывались положения всех подземных детекторов относительно линии Солнце-Земля, т.е. прохождение нейтрино сквозь Землю, сезонные вариации (эксцентриситет земной орбиты), и т.д. Это касается стандартных расчётов в рамках модели Михеева-Смирнова-Вольфенштайна (МСВ-эффект) при распространении нейтрино внутри Солнца, т.е. модели, объяснившей дефицит электронных нейтрино нейтринными осцилляциями при пренебрежении магнитным моментом нейтрино.

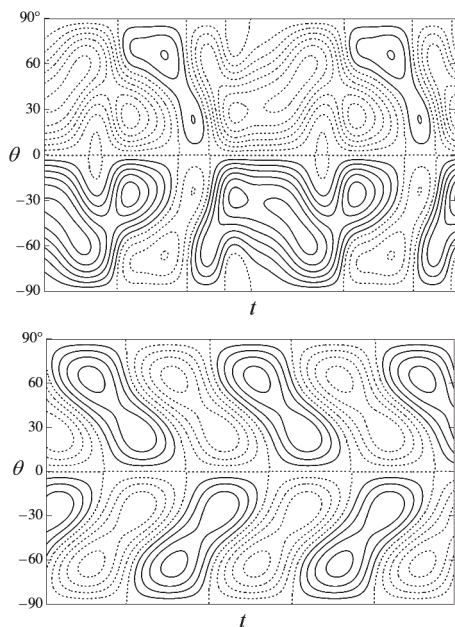
Решение другой задачи [Miranda et al., 2004a, b] с учётом неизвестного магнитного момента нейтрино и случайных магнитных полей умеренной амплитуды в конвективной зоне Солнца (десятки килогауссов), позволило получить рекордное астрофизическое ограничение на переходной магнитный момент нейтрино (в том числе, Майорановского),  $\mu_\nu \leq 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$ . Это на порядок меньше недавнего лабораторного ограничения на реакторе Тверской атомной станции (группа А. С. Старостина (ИТЭФ — Институт теоретической и экспериментальной физики имени А. И. Алиханова),  $\mu_\nu \leq 2,9 \cdot 10^{-11} \mu_B$ ). Следует подчеркнуть, что такое же астрофизическое ограничение  $\mu_\nu \leq 3 \cdot 10^{-12} \mu_B$ , полученное Георгом Раффельтом (институт Гейзенберга, Мюнхен), требует большего числа астрофизических предположений при анализе распада плазмона в нейтрино-антинейтринную пару в ядрах звёзд-красных гигантов. Аналитические и численные расчёты данной задачи, проведённые группой ИЗМИРАН и университета Валенсии, также учитывали глобальный ( $\chi^2$ ) анализ всех нейтринных экспериментов, включая KamLAND, и согласуются с экспериментальными ограничениями на поток солнечных электронных антинейтрино в каскаде превращений: 1)  $\nu_{eL} \rightarrow \nu_{\mu L}$  (МСВ-осцилляции в зоне лучистой теплопроводности,  $R < 0,7R_{Sun}$ ), а затем 2) в спин-флейворных осцилляциях  $\nu_{\mu L} \rightarrow \nu_{eR}$  в конвективной зоне со случайным магнитным полем,  $R_{Sun} \geq R \geq 0,7R_{Sun}$ .

### 3. МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В ЗОНЕ ЛУЧИСТОГО ПЕРЕНОСА СОЛНЦА

О магнитных полях в радиоактивной зоне Солнца ( $R < 0,7R_{Sun}$ ) можно судить только косвенно, либо на основании теоретических моделей, учитывающих влияние таких центральных магнитных полей на данные гелио-

сейсмологических наблюдений на поверхности Солнца [Дворников и др., 2008; Rashba et al., 2004, 2007], либо по их влиянию на данные вейвлет-анализа наблюдаемых магнитных полей фотосферы Солнца [Тарбеева и др., 2011].

В первом случае мы использовали данные прибора GOLF (на спутнике SoHO — Solar and Heliospheric Observatory) при участии в работе руководителя этого эксперимента Сильван Тюрк-Чиз (Астрофизический институт в Сакле, Франция). Во втором случае [Тарбеева и др., 2011]



**Рис. 2.** Динамо модель тонкой конвективной оболочки. Влияние центрального дипольного поля на баттерфляй-диаграммы (верхняя панель)

в простейшей (паркеровской) модели динамо было добавлено дипольное (центральное) магнитное поле, сильно влияющее на баттерфляй-диаграммы солнечного цикла, даже при малой напряжённости центрального поля ( $\leq 40$  Гс) (рис. 2).

В эксперименте GOLF впервые наблюдались кандидаты в низкочастотные  $g$ -моды по рекордно малому доплеровскому сдвигу частоты (скорости менее 1 мм/с). Допустимый магнитный сдвиг этой частоты позволил внести другое ограничение на центральное магнитное поле  $B \leq 100$  кГс [Rashba et al., 2007].

#### **4. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ОБОБЩЕНИЕ МАГНИТОГИДРОДИНАМИКИ В СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ**

Происхождение затравочного магнитного поля для наблюдаемых галактических магнитных полей до сих пор остаётся нерешённой проблемой. Космологическому происхождению такого поля как наиболее привлекательному сценарию уделяется много внимания в современной литературе. В нашей работе [Semikoz, Sokoloff, 2004] впервые предложен в рамках стандартной модели физики элементарных частиц новый механизм генерации первичного магнитного поля, основанный на коллективном взаимодействии нейтрино с горячей плазмой ранней Вселенной и обязанный не сохранению чётности в электрослабых взаимодействиях. Важнейшим параметром такой модели становится асимметрия плотности (реликтовых) нейтрино, пропорциональная разности плотностей нейтрино и антинейтрино.

Имеющиеся экспериментальные данные о распространённости лёгких элементов, получаемые из их первичного нуклеосинтеза, приводят к известному ограничению (верхнему пределу) на нейтринную асимметрию, согласующемуся с нашими оценками нового параметра магнитной спиральности — основного фактора в динамо модели космологического магнитного поля.

Дальнейшее развитие этого подхода к генерации первичных магнитных полей было проделано в недавней работе [Dvornikov, Semikoz, 2014] на основании точного расчёта (в рамках стандартной модели) не сохраняющего чётность слагаемого в поляризованном операторе фотона в электрослабой плазме с учётом асимметрии нейтринной плотности.

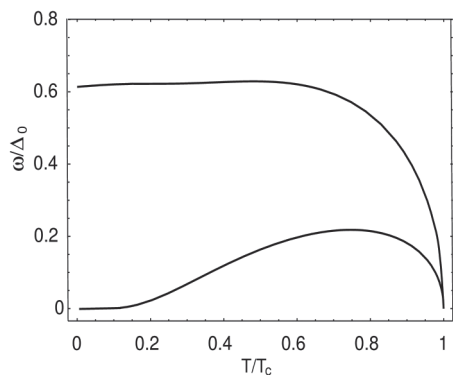
В серии работ по гиперзарядовым полям — прародителям максвелловских полей, остающимся единственно безмассовыми (дальнодействующими) до электрослабого фазового перехода, была исследована другая важная проблема космологии — бариогенезис в первичной плазме с гипермагнитными полями. Такая генерация наблюдаемой барионной асимметрии происходит с учётом абелевой аномалии для левых и правых лептонов в гипермагнитном поле, ведущей к лептогенезису и соответственно к росту барионной асимметрии [Dvornikov, Semikoz, 2012]. Учтены распады (обратные распады) дублета хиггсовских бозонов в заряженные лептоны и нейтрино (антинейтрино) и влияние сфалеронов (переходов вакуум  $\rightarrow$  вакуум во внешнем неабелевом поле) на процесс лепто/бариогенезиса

[Dvornikov, Semikoz, 2013]. Ещё ранее был предложен [Semikoz, Valle, 2011] поляризационный механизм происхождения Черн-Саймонс-слагаемого в эффективном лагранжиане взаимодействия лептонов с гиперзарядовым полем, что позволяет более ясно объяснить происхождение параметра гипермагнитной спиральности и соответственно понять динамо модель усиления таких полей до электрослабого фазового перехода.

## 5. НЕЙТРИННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЙТРОННЫХ ЗВЁЗД

Нейтронные звёзды рождаются во взрывах сверхновых с температурой  $10^{10} \dots 10^{11}$  К и затем остывают течение приблизительно миллиона лет, освобождая энергию преимущественно посредством нейтринного излучения из всего внутреннего объёма вещества. Хотя материя внутри нейтронных звёзд очень плотна, они становятся полностью прозрачными для нейтрино приблизительно через 20 с после рождения. Это позволяет зондировать внутреннюю структуру этих компактных астрофизических объектов, сравнивая теорию их остывания с наблюдениями за тепловым излучением с поверхности изолированных нейтронных звёзд. Для адекватного моделирования процессов, важно наиболее полно изучить механизмы генерации нейтрино в различных слоях нейтронной звезды. Эта проблема привлекает внимание мирового научного сообщества уже несколько десятилетий.

В наших работах предсказаны и исследованы новые механизмы нейтринного излучения в пузырьковой фазе горячей нуклонной материи при субъядерных плотностях [Leinson, 1993], исследовано влияние сильного магнитного поля на порог открытия прямых Urcа-процессов в сверхплотной нуклонной материи [Leinson, Perez, 1998]. Изучено влияние коллективных процессов на излучение нейтринных пар электронами в коре нейтронной звезды [Leinson, 1999] и на излучение нейтринных пар при спаривании протонов в сверхплотном нуклонном веществе [Leinson, 2000], впервые получено релятивистское выражение для нейтринных потерь энергии, вызванных прямыми урка-процессами в вырожденной сверхплотной барионной материи нейтронных звёзд [Leinson, Perez, 2001]. Получено аналитическое выражение для нейтринных потерь энергии в горячей релятивистской ядерной материи, учитывающее отдачу нуклона, и эффекты слабого магнетизма [Leinson, 2002].



Предсказано подавление нейтринного излучения при синглетном спаривании нуклонов [Leinson, Perez, 2006]. Развитая теория позволила (другим авторам) получить более высокие температуры в коре аккрецирующих нейтронных звёзд и объяснить вспышки галактических рентгеновских

Рис. 3. Зависимость энергии возбуждения спиновых волн от температуры

источников. Существенное изменение претерпевает и ранняя эволюция нейтронной звезды ( $t < 1000$  лет), — увеличивается время релаксации более тёплой коры.

Учёт аномальных слабых взаимодействий приводит и к существенному ослаблению нейтринных потерь при триплетном спаривании нейтронов в жидком ядре нейтронной звезды. Нами получены корректные аналитические формулы для интенсивности нейтринного излучения при триплетном спаривании нейтронов [Leinson, 2010c]. Изучено нейтринное излучение нейтронной сверхтекучей жидкости в различных фазовых состояниях триплетного конденсата [Leinson, 2010a].

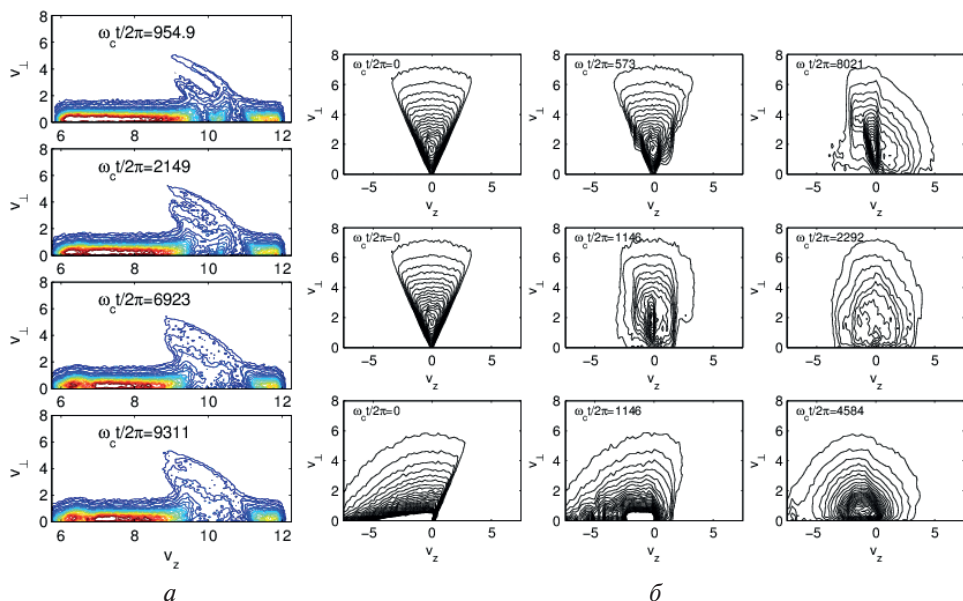
В ряде работ предсказаны и исследованы новые механизмы нейтринного излучения из объёма сверхтекучего вещества нейтронных звёзд с учётом аномальных слабых взаимодействий. Предсказаны низко-энергичные коллективные возбуждения триплетного конденсата в виде спиновых волн, которые могут распадаться в нейтринные пары через нейтральные слабые токи [Leinson, 2010b, 2011, 2012]. При низких температурах, которые ранее ассоциировались с эпохой поверхностного фотонного охлаждения, распад спиновых волн приводит к доминирующим нейтринным потерям из объёма нейтронной звезды.

На рис. 3 показана зависимость энергии возбуждения спиновых волн с волновым вектором  $q = 0$  в триплетном нейтронном конденсате отнесённая к амплитуде сверхтекучей щели. Энергия спиновых волн показана в зависимости от отношения температуры вещества к критической температуре фазового перехода. Нижняя кривая демонстрирует голдстоуновский бозон, который с ростом температуры приобретает массу в результате взаимодействия с квазичастичными возбуждениями.

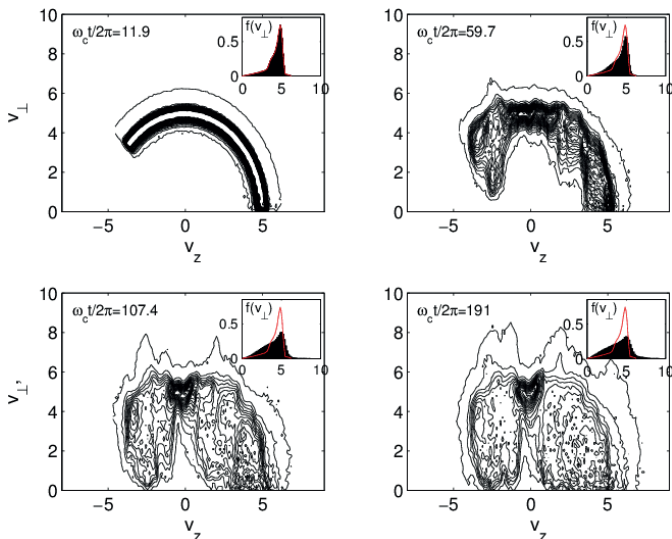
## 6. КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА: ТУРБУЛЕНТНОСТЬ-ВОЛНЫ-ЧАСТИЦЫ

В серии работ А. С. Волокитина с соавторами (см. например, [Волокитин, Дроздов, 1993; Коробейников и др., 1995; Krafft, Volokitin, 2000, 2002, 2003; Volokitin, Krafft, 2000, 2001a, b; Volokitin et al., 1997]) был выполнен теоретический анализ механизмов излучения волн в космической плазме при инжекции модулированных электронных и ионных пучков при проведении активных экспериментов в космосе.

Эта тематика получила развитие в ряде последующих работ, в которых исследовалось нелинейное развитие и стабилизация различных неустойчивостей электростатических и электромагнитных волн в космической плазме, обусловленных наличием неравновесных потоков энергичных частиц. При этом был разработан и реализован эффективный метод математического моделирования, позволяющий полностью учесть нелинейные эффекты при резонансном взаимодействии группы энергичных частиц с широким пакетом волн в замагниченной плазме в реальной трёхмерной ситуации. С помощью этого подхода была рассмотрена веерная неустойчивость нижнегибридных волн и вистлеров [Krafft, Volokitin, 2003, 2004, 2006, 2010].



**Рис. 4.** Результаты численного моделирования веерной (*a*) и конусной (*б*) неустойчивости с широким пакетом волн, обладающим почти непрерывным спектром. Показана эволюция распределения электронов по продольным и параллельным скоростям для последовательных моментов времени: *a* — разворачивание веера; *б* — заполнение конуса потерь



**Рис. 5.** Эволюция распределения электронов при неустойчивости верхнегибридных волн в плотной замагниченной плазме при наличии компоненты горячих электронов, имеющих начальное распределение по скоростям типа «подкова» или «оболочка»



Результаты численного моделирования веерной неустойчивости с широким пакетом волн, обладающим почти непрерывным спектром, позволили определить основные характеристики этого процесса: энергию волн в насыщении, время достижения стационарного состояния («разворачивание веера») и характерную структуру функции распределения электронов после релаксации (рис. 4а). Была также исследована роль резонансов Ландау, которые способствуют сглаживанию резких пиков на функции распределения по продольным скоростям, образующимся в процессе релаксации, и показано, что доля энергии, передаваемая от частиц волнам, находящимися с ними в резонансе Ландау, невелика.

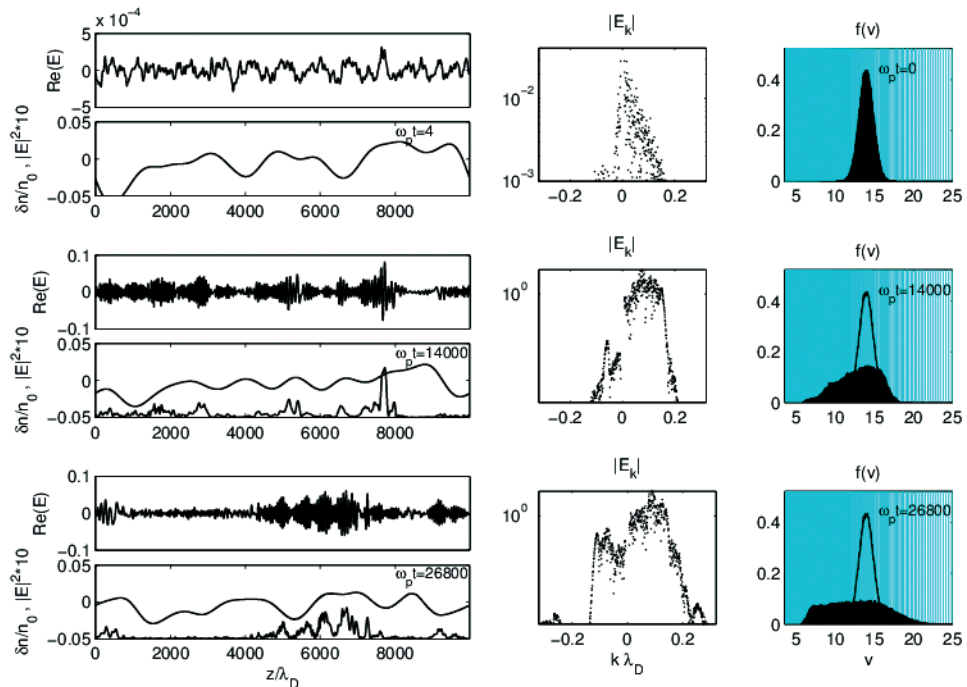
Также было проведено исследование конусной неустойчивости [Krafft et al., 2010; Zaslavsky et al., 2007], реализующейся при недостатке частиц с малыми перпендикулярными скоростями, или частиц имеющих малые питч углы. Результаты моделирования позволили определить зависимость энергии волн и времени заполнения конуса потерь от начальной величины его угла и показали, что роль резонансов Ландау в данном случае оказалась ещё менее значительной, чем в случае веерной неустойчивости, а нелинейное слияние резонансов по-прежнему способствует убыстрению роста энергии волн и увеличению скорости заполнения конуса.

Проведён анализ неустойчивости верхнегибридных волн в плотной замагниченной плазме при наличии горячих электронов имеющих распределение по скоростям типа «подкова» или «оболочка» и определены зависимости инкрементов неустойчивости от соотношения плазменной и электронно-циклотронных частот, угла раскрытия «подковы» и относительной толщины «оболочки». Нелинейная стадия развития неустойчивости исследуется численно с помощью разработанной ранее математической модели описывающей резонансное взаимодействие частиц с широким спектром электростатических волн в плазме с магнитным полем. По результатам моделирования показано, что взаимодействие частиц с волнами при условии циклотронных резонансов высокого порядка (нормальный циклотронный резонанс) с  $n = 2, 3, \dots, 5, 7$  играет не меньшую роль, чем резонанс первого порядка. Проанализированы особенности динамики частиц, одновременно взаимодействующих с двумя волнами при разных типах резонанса, и показано, что эти особенности определяют главным образом характер эволюции функции распределения и спектра волн как в случае с небольшим числом волн, так и при практически непрерывном спектре многих волн. При моделировании с квазинепрерывным спектром волн (рис. 5) исследована динамика спектра, получена полная картина релаксации функции распределения, характеризующаяся заполнением оболочки, и оценена доля энергии, которую частицы отдают волнам в конце эволюции.

Был выполнен анализ неустойчивости электромагнитных волн с частотами ниже ионно-циклотронной при наличии анизотропного потока энергичных ионов [Krafft, Volokitin, 2013a, b]. Для случая электростатических волн проведено полное исследование насыщения веерной неустойчивости ионного потока с использованием самосогласованного 3D-моделирования взаимодействия резонансных частиц с ионно-звуковыми волнами. В частности, показано, что ионы не столько диффундируют по скоростям как следует из квазилинейной теории слабой турбулентности, а их диффузия

происходит в результате переходов между состояниями, при которых они совершают много колебаний, будучи захваченными в потенциальную яму, образуемую полями нескольких волн. Данный нелинейный механизмы диффузии определяет релаксацию анизотропного «хвоста» ионов и насыщение спектра волн. Рассмотрена зависимость от основных параметров плазмы и потока ионов величины перпендикулярного нагрева ионов и доли энергии хвоста, которая трансформируется в поперечную энергию ионов.

Развитие методов численного моделирования позволило по-новому подойти к проблеме ленгмюровской турбулентности, возбуждаемой в солнечном ветре потоками субрелятивистских электронов. Одним из важных является вопрос об условиях применимости квазилинейной теории слабой турбулентности к процессу взаимодействия электронного пучка с ленгмюровскими волнами. Исследование с помощью одномерного численного моделирования показало удовлетворительное согласие с теорией, но также указало на ряд отличий, в том числе в точности диффузионного описания эволюции распределения частиц пучка. При этом был разработан метод численного определения свойств диффузии частиц в пространстве скоростей на основе статистического анализа полученных в результате моделирования траекторий большого числа тестовых частиц.



**Рис. 6.** Результаты моделирования ленгмюровской турбулентности в плазме с внешними флуктуациями плотности. Показаны эволюция профилей электрического поля и плотности плазмы (слева), спектра волн (в центре) и функции распределения электронов пучка по скоростям для трёх последовательных моментов времени

Учёт наличия высокого уровня флуктуаций плотности, которые, как известно, присутствуют в солнечном ветре, потребовал модификации математической модели, используемой при рассмотрении взаимодействия электронного пучка, распространяющегося в неоднородной плазме солнечного ветра. Расчёты с учётом динамики ленгмюровских волн, описываемой уравнением Захарова, показали, что когда уровень флуктуаций плотности мал  $\delta n/n < 3(kL_D)^{-2}$ , режим релаксации пучка очень похож на то, что происходит в однородной плазме и может быть описан квазилинейной (КЛ) теорией. Напротив, когда уровень флуктуаций плотности превышает некоторый предел,  $1 \gg \delta n/n > 3(kL_D)^{-2}$ , они оказывают решающее влияние на процесс релаксации пучка.

Во-первых, на стадии линейного роста волны локализуются и формируют чётко определённые волновые пакеты (сгустки волн), которые доминируют в полном спектре волн. Другой важный эффект - при наличии внешних флуктуаций плотности плазмы солнечного ветра часть энергии ленгмюровских волн перекачивается в длинноволновую область, в результате чего происходит ускорение части электронов до скоростей примерно в два раза превышающих начальную скорость пучка, порождающего ленгмюровскую турбулентность (рис. 6). Исследованный процесс может служить важной составной частью механизма генерации солнечных радио всплесков третьего типа, а также объяснить распространение электронных пучков в солнечном ветре от солнечной короны до орбиты Земли и далее.

## 7. ПРИЛОЖЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ В ТЕОРИИ ДИНАМО И ГЕОФИЗИКЕ

Работы П. М. Ахметьева направлены на приложения дифференциальной топологии, в том числе в теории динамо и геофизике. Подобные приложения связаны с поиском геометрических методов для новых прямых доказательств классических топологических теорем, которые были доказаны ранее алгебраическим способом.

Разработан метод [Ахметьев, 1994], позволяющий решить некоторый класс классификационных задач, возникающих в теории погружений гладких многообразий, путём изучения локальных мультиособенностей дифференцируемых отображений общего положения.

Изучены свойства вложимости компактов в евклидовы пространства [Ахметьев, 1996а]. Положительно решена проблема вложимости  $S^n$ -подобного компакта в пространство  $R^{2n}$  при некоторых ограничениях на размерность  $n$ .

Найдена одна полезная элементарная иллюстрация теоремы Рохлина о сигнатуре четырёхмерного многообразия [Ахметьев, 1996б].

Инвариант Кервера определён для оснащённых многообразий размерности  $n = 4k + 2$  и принимает значения в группе  $Z/2$ . Браудер в 1969 г. доказал, что этот инвариант всегда равен 0, если  $n + 2$  не есть степень 2. Найдено геометрическое доказательство этого результата, используя представление инварианта Кервера в терминах кратных точек погруженных многообразий [Ахметьев, Эклз, 1999]. Этот совместный результат с П. Дж. Эклзом является основным среди опубликованных.

Стандартный метод решения некоторых задач топологии состоит в применении конструкции Понтрягина-Тома. В рамках метода найдены обобщения препятствий ван Кампена-Скопенкова и ван Кампена-Мелихова для решения задачи реализации отображений [Akhmetiev, 2004].

Предложена новая разновидность интегралов типа Масси для классификации зацеплений в форме магнитных трубок [Akhmetiev, 2005]. Эта работа служит вспомогательной для работы [Akhmet'ev, 2013].

Получены результаты в направлении решения одной проблемы В. И. Арнольда о перенесении конструкции Понтрягина-Тома теории кобордизмов на вещественные алгебраические функции. На пространство вещественных функций перенесена конструкция Понтрягина-Тома в форме Уэллса. Выявлена связь рассматриваемой проблемы с алгебраической К-теорией и  $h$ -принципом Мишачева-Элиашберга [Ахметьев и др., 2005].

Определяются два новых нелокальных асимптотических инварианта магнитного поля, которое заморожено в конечную область с идеальной проводящей жидкостью. Оценивается скорость изменения построенных инвариантов магнитного поля в неидеальной среде. На основе введённых инвариантов изучаются спектральные характеристики магнитного поля [Ахметьев, 2012].

Получено частичное положительное решение одной проблемы В. И. Арнольда, касающейся высшего эргодического асимптотического инварианта магнитных полей. Этот результат является основным среди опубликованных [Akhmet'ev, 2013].

В 1965 г. Браудер и Баум доказали, что проективное вещественное пространство  $RP^{10}$  нельзя погрузить в евклидово пространство  $R^{15}$ . Найдено прямое доказательство этой теоремы, основанное на теории Кошорке. Опубликовано начальный шаг этого нового доказательства [Akhmet'ev, Frolkina, 2013].

## 8. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ТЁМНОЙ МАТЕРИИ

На протяжении ряда лет в теоретическом отделе ИЗМИРАН проводились исследования нелинейных волновых процессов в некоторых моделях тёмной материи. Так, в работе [Koutvitsky, Maslov, 2002] был рассмотрен ньютоновский гравитационный коллапс пылевидной материи в гидродинамическом приближении. При решении этой классической задачи основное внимание было уделено изучению структуры сингулярностей в распределении плотности, как точечных, так и сферических, возникающих при многопоточковом движении вещества к центру. Знание структуры образующихся сингулярностей может сыграть решающую роль при определении общей картины распределения вещества во Вселенной. Считается, что многопоточковое движение, возникающее после момента образования первичной сингулярности, формирует некоторую стационарную динамическую структуру. Движение и взаимодействие таких структур, имеющих разные скорости и масштабы, приводит к появлению турбулентного состояния, определяющего иерархическую картину сгущивания космического вещества. С этой точки зрения движение и взаимодействие сферических сингуляр-

ностей с учётом возникающей многопоточности, возможно, определяет наблюдаемую ячеистую структуру Вселенной на сверхмасштабах. В работе [Koutvitsky, Maslov, 2002] получены условия на начальное распределение пылевидной материи, при которых возникают сингулярности каждого типа, а также найдены явные асимптотические решения, полностью описывающие первичную структуру как центральной, так и сферической сингулярностей. Получена система уравнений, описывающая движение вещества в многопоточковых областях, и с помощью численного интегрирования исследовано размножение потоков, возникающее после расщепления первичной сферической сингулярности.

Современные наблюдения говорят о том, что большая часть тёмной материи имеет небарионную природу. Динамика небарионной тёмной материи существенно отличается от рассмотренной выше динамики пылевидного вещества. В ряде работ, выполненных в теоретическом отделе ИЗМИРАН, исследовались нелинейные волны и солитоны в некоторых скалярных моделях тёмной материи. Было показано [Maslov, 1990, 1991], что в таких моделях возможно существование локализованных осциллирующих структур, пульсонов, а также решений, описывающих образование пузырьков новой фазы при фазовых переходах первого рода. Локализованные решения были найдены также и в некоторых спинорных моделях [Lochak, Maslov, 1993].

Динамика коллапса локализованных сгустков скалярного поля исследовалась в работах [Malomed, Maslov, 1991; Maslov, Shagalov, 1993, 1998]. Было показано [Malomed, Maslov, 1991], что при коллапсе сферического кинка в модели  $\phi^4$  возбуждается внутренняя мода колебаний поля. Найден инкремент роста этой моды, а также получена оценка интенсивности излучения, сопровождающего процесс коллапса. Разработан общий подход к проблеме коллапса в нелинейных скалярных моделях [Maslov, Shagalov, 1993, 1998]. Он основан на анализе дифференциального неравенства для интегральной амплитуды поля, что позволяет оценить динамику коллапса для достаточно широкого класса скалярных потенциалов. Было показано [Maslov, Shagalov, 1997], что в скалярной модели с логарифмическим потенциалом вида  $U(\phi) \approx \phi^2 \ln \phi^2$  коллапсирующие состояния могут возникать в процессе столкновения пульсонов. Оказалось, что это происходит только при столкновении достаточно тяжёлых пульсонов. Пульсоны с небольшими массами взаимодействуют упруго. Кроме того, динамика процесса существенно зависит от разности фаз пульсонов в точке столкновения.

На примере модели  $\phi^4$ - $\phi^6$  было показано [Maslov, 2001a; Maslov, Shagalov, 2001], что фазовые переходы первого рода в бездиссипативных нелинейных волновых системах могут быть инициированы параметрическим резонансом однородных вакуумных колебаний и малых локальных возмущений скалярного поля. При этом динамика расширения пузырька новой фазы может быть описана в рамках подхода, развитого в работах [Maslov, 2001b; Maslov, Shagalov, 2004]. Этот подход основан на решении обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, описывающего движение произвольной точки на стенке пузырька во втором приближении по разности энергий стабильного и метастабильного состояний

скалярного поля и обратного радиуса пузырька. Полученное уравнение является модельно независимым, поскольку конкретный вид потенциала скалярного поля влияет только на константы, входящие в это уравнение.

В работах [Koutvitsky, Maslov, 2005, 2006] исследована параметрическая неустойчивость локализованных когерентных колебаний скалярного поля в модели тёмной материи с логарифмической нелинейностью. Такие нелинейности возникают при учёте в эффективном потенциале квантовых поправок. Оказалось, что исследуемая неустойчивость имеет ярко выраженный резонансный характер. Подробное рассмотрение этого явления привело к исследованию уравнения Хилла с сингулярной периодической функцией. Это потребовало некоторого обобщения метода Линдемана-Стилтьеса, который обычно применяется при анализе уравнений типа Матье или Ламе. В результате были построены резонансные решения и получены выражения для инкремента неустойчивости (показателя Флоке) как функции амплитуды скалярного поля и номера неустойчивой моды. Полученные результаты говорят о том, что, строго говоря, все вещественные пульсонные решения нелинейного уравнения Клейна-Гордона неустойчивы. Численное моделирование показало, что пульсоны, оставаясь хорошо локализованными объектами, постепенно теряют со временем свою когерентность. Вместе с тем, были обнаружены области параметров пульсона, например его амплитуды, где скорость потери когерентности очень мала. Такие пульсоны можно считать долгоживущими (с характерными временами жизни в несколько сотен периодов пульсаций), и именно они могут представлять астрофизический интерес.

Влияние гравитации на колебания пульсонов исследовалось в работе [Koutvitsky, Maslov, 2011]. С помощью асимптотических методов теории колебаний были найдены осциллирующие пульсонные решения системы уравнений Эйнштейна-Клейна-Гордона в координатах Шварцшильда. Полученные решения выражаются через решения сингулярного уравнения Хилла, которые были исследованы ранее [Koutvitsky, Maslov, 2006]. Найдены начальные условия, при которых самогравитирующие пульсоны становятся периодическими. Вычислены их массы. Найдены ограничения на параметры теории, при которых массы гравипульсонов соизмеримы с массами сгустков тёмной материи в галактическом гало, полученными из результатов микролинзирования. Найденные в работе объекты могут возникать в результате фрагментации однородно распределённой тёмной материи и представляют определённый астрофизический интерес в качестве кандидатов на роль элементарных составляющих галактического гало. При таком подходе галактическое гало должно рассматривается как ансамбль гравипульсонов планетарного масштаба с массами  $M < 10^{-7} M_{Sun}$ .

В работе [Dumin, 2007] на основе известного решения Коттлера уравнений Эйнштейна построена метрика пространства-времени для центрального тяготеющего тела в пространстве, однородно заполненным «тёмной энергией» ( $\Lambda$ -членом) и обладающим адекватной космологической (Фридмановской) асимптотикой на бесконечности. Использование этой метрики для исследования задачи двух тел (например, движения планеты в поле тяготения звезды) с учётом эффектов «тёмной энергии» приводит к выводу, что при определённых соотношениях между характерными параметрами

задачи (радиусом Шварцшильда, радиусом деСиттера и исходным радиусом орбиты) «тёмная энергия» может приводить к вековому возмущению орбиты планеты, сопоставимому со скоростью стандартного хаббловского потока на бесконечности.

В работах [Баталов и др., 2009; Маслов и др., 2007] исследовано явление резонансного захвата фазы при воздействии внешних возмущений с медленно изменяющейся частотой на осциллирующие солитоны уравнения синус-Гордона и нелинейного уравнения Шрёдингера. Такие возмущения возникают, например, в бозе-конденсатах при наложении внешнего переменного электрического поля, а в плазме — при воздействии на ленгмюровские солитоны высокочастотного электрического поля. Показано, что эта задача сводится к изучению воздействия на скалярное поле  $\phi(x, t)$  некоторого заданного поля  $\chi(t)$ , осциллирующего с медленно изменяющейся частотой. В космологическом контексте  $\chi(t)$  может иметь смысл инфлатонного поля, которое на постинфляционной стадии осциллирует вблизи минимума потенциала с частотой, медленно изменяющейся из-за расширения Вселенной. При малых значениях поля  $\chi$  эту задачу можно решать в адиабатическом приближении теории возмущений для солитонов. В результате были получены необходимые и достаточные условия захвата фазы, связывающие амплитуду и скорость изменения частоты возмущения с начальными данными солитона.

## 9. ВАРИАЦИОННЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Работы И. А. Молоткова направлены на разработку вариационных и асимптотических методов и на их приложения к задачам распространения нелинейных волн, теории реакторов и проблемам математической макроэкономики.

- Разработка (совместно с С. А. Вакуленко) траекторных вариационных принципов в нелинейных задачах [Молотков, 2003; Molotkov, 2005]. Найденные вариационные принципы обобщают принцип Ферма на случай нелинейных сред. В отличие от классического принципа Ферма получаем вариационные принципы, содержащие параметр, связанный с интенсивностью волнового поля и влияющий на траекторию. Важное применение этих принципов состоит в решении задач типа реакция-диффузия и задач о волнах в средах с внутренней структурой.
- Исследование (совместно с В. П. Масловым) процессов в аварийных реакторах Чернобыльского типа. Среди полученных здесь результатов отметим важнейшие: 1) аналитически найдены два критических значения распределения источников тепла в реакторе, важные для предсказания опасных ситуаций; 2) определены уровни максимального нагрева и концентрации тепловыделяющих элементов внутри реактора [Маслов, Молотков, 2008; Молотков, 2008].
- Привлечение новых асимптотических подходов к изучению нелинейных процессов. Среди ряда опубликованных выделим две:

1) аналитическое исследование взаимодействия фемтосекундных импульсов со средой; получены явные формулы, описывающие деформацию амплитуды и фазы фемтоимпульсов за счёт релаксации в веществе; 2) дано асимптотическое описание влияния дисперсии третьего порядка на распространение короткого импульса в волокне; происходит образование встроеного солитона на пьедестале фиксированной величины [Молотков, Бисярин, 2004; Molotkov, 2005].

- Параллельное решение задач квантовой статистики для тождественных частиц и задач макроэкономики. Получены формулы для энтропии системы тождественных частиц при положительных фрактальных размерностях [Molotkov, 2010]. Найдена формула для критического значения долга [Молотков, 2013]. Это значение зависит от скорости денежного оборота в системе и от числа кредиторов. Проанализирован результат объединения двух систем тождественных частиц при различных размерностях этих систем [Молотков, 2014]. Найдены температура и размерность объединённой системы. Вычислена величина капитала, перетекающего при объединении из одной системы в другую.

## 10. НЕЛОКАЛЬНЫЕ ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА И ФЛУКТУАЦИИ В НЕРАВНОВЕСНЫХ СИСТЕМАХ

Предложено асимптотическое разложение плазменной резольвенты, позволяющее разделить динамические, кинетические и гидродинамические масштабы. Приведены точные выражения для парной корреляционной функции и интеграла столкновений, учитывающие как пространственные и временные нелокальности, так и поляризацию. Кинетическое уравнение Балеску-Ленарда обобщено на слабонеидеальную плазму. На основе полученного интеграла столкновений рассчитаны в первом приближении по нелокальности уравнения баланса импульса и плотности энергии, учитывающие потенциальные вклады в потоки и поляризацию [Belyi et al., 1989a, b, 1996, 1998, 2002].

Используя цепочку уравнений Боголюбова-Борна-Грина-Кирквуда для квантовых функций распределения, получено квантовое немарковское кинетическое уравнение, включающее динамическую экранировку потенциала взаимодействия, точно учитывающее обменное взаимодействие в нетривиальной форме. Интеграл столкновений выражен через функции Грина линеаризованного уравнения Хартри-Фока. Потенциальная энергия учитывает поляризацию и обменное взаимодействие [Belyi, Kukharensko, 2001, 2007, 2009, 2010].

Построена кинетическая теория флуктуаций нелокальных флуктуаций. Показано, что спектр флуктуаций определяется не только диссипацией, но и пространственно-временными производными от дисперсии. Построена кинетическая теория некогерентного рассеяния в неравновесной и неоднородной плазме. В результате неоднородности плотности электронов спектральные линии становятся асимметричными по отношению к изменению



знака частоты (рис. 7). Эта асимметрия линий может быть использована как новый диагностический метод диагностики локальных градиентов плазмы.

Используя ланжевенковский подход и метод моментов, флуктуационно-диссипационное соотношение было обобщено на системы с медленно меняющимися параметрами. Показано, что спектральные функции флуктуаций в таких системах определяются не только диссипацией, но также производными от дисперсии. Неджоулевый дисперсионный вклад характеризуется новым нелокальным эффектом, вызванным дополнительным фазовым сдвигом между силой и откликом системы. Этот фазовый сдвиг является следствием параметрического воздействия на систему. На примере электрического колебательного контура показано, что дисперсионные вклады могут существенно увеличивать добротность колебательных систем [Belyi, 2002, 2003, 2004; Belyi, Paiva-Veretennicoff, 1991].

Выведен новый модельный интеграл столкновений для многокомпонентных газов и плазмы, свободный от недостатков модели Бхатнагара-Гросса-Крука (Б-Г-К). Он точно учитывает релаксацию первых 13 гидродинамических моментов и не содержит сложную экспоненциальную зависимость, характерную для моделей типа Б-Г-К. Предложен метод восстановления модельного интеграла столкновений по его линеаризованной форме. Доказана H-теорема Больцмана для нашего модельного интеграла столкновений [Belyi, 2009].

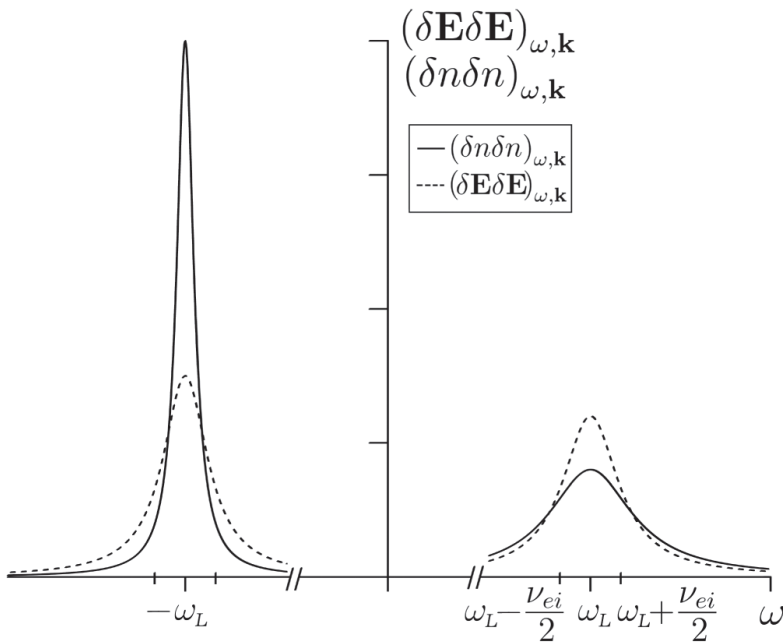


Рис. 7. Электронный форм-фактор (сплошная линия) и спектральная функция флуктуаций электростатического поля (пунктирная линия) как функция частоты

ЛИТЕРАТУРА

- [Ахметьев, 1994] *Ахметьев П. М.* Гладкие погружения многообразий малых размерностей // Матем. сб. 1994. Т. 185. № 10. С. 3–26.
- [Ахметьев, 1996а] *Ахметьев П. М.* Об изотопической и дискретной реализациях отображений  $n$ -мерной сферы в евклидовом пространстве // Матем. сб. 1996. Т. 187. № 7. С. 3–34.
- [Ахметьев, 1996б] *Ахметьев П. М.*  $\pi$ rem-отображения, тройные точки самопересечения ориентированной поверхности и теорема Рохлина о сигнатуре // Матем. заметки. 1996. Т. 59. № 6. С. 803–810. 1996.
- [Ахметьев, 2012] *Ахметьев П. М.* Квадратичные спиральности и энергия магнитного поля // Дифференц. уравнения и динамич. системы: сб. ст. Тр. МИАН. М.: МАИК, 2012. Т. 278. С. 16–28.
- [Ахметьев, Эклз, 1999] *Ахметьев П. М., Эклз П. Дж.* Геометрическое доказательство теоремы Браудера о нулевых инвариантах Кервера // Солитоны, геометрия, топология — на перекрёстках // К 60-летию со дня рождения академика Сергея Петровича Новикова: сб. ст. Тр. МИАН. М.: Наука, 1999. Т. 225. С. 46–51.
- [Ахметьев и др., 2005] *Ахметьев П. М., Реповиш Д., Ценцель М.* О некоторых алгебраических свойствах диаграмм Серфа однопараметрических семейств функций // Функц. анализ и его прил. 2005. Т. 39. № 3. С. 1–13.
- [Баталов и др., 2009] *Баталов С. В., Маслов Е. М., Шагалов А. Г.* Автофазировка солитонов // Журн. эксперим. и теор. физики (ЖЭТФ). 2009. Т. 135. № 5. С. 1021.
- [Волокитин, Дроздов, 1993] *Волокитин А. С., Дроздов А. В.* Возбуждение альфвеновского резонатора при инъекции ионного пучка в ионосфере // Геомагнетизм и аэрномия. 1993. Т. 33. № 3. С. 50–58.
- [Дворников и др., 2008] *Дворников М. С., Раиба Т. И., Семикоз В. Б.* Вращательные и магнитные сдвиги частот  $g$ - мод в одномерной МГД модели // Астроном. журнал. 2008. Т. 85. № 4. С. 376–384.
- [Коробейников и др., 1995] *Коробейников В. Г., Ораевский В. Н., Ружин Ю. Я., Волокитин А. С.* Модуляция ОНЧ-волн ионноциклотронными колебаниями при инъекции тяжёлых ионов в ионосфере // Геомагнетизм и аэрномия. 1995. Т. 35. № 6. С. 46–52.
- [Маслов, Молотков, 2008] *Маслов В. П., Молотков И. А.* Режимы стационарного охлаждения и глобального перегрева в аварийном реакторе // Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72. № 6. С. 951–957.
- [Маслов и др., 2007] *Маслов Е. М., Калякин Л. А., Шагалов А. Г.* Резонансный захват фазы бризера внешним возмущением // Теор. и матем. физика (ТМФ). 2007. Т. 152. № 2. С. 356.
- [Молотков, 2003] *Молотков И. А.* Аналитические методы в теории нелинейных волн. М.: Физматлит, 2003. 208 с.
- [Молотков, 2008] *Молотков И. А.* Локализация тепловой энергии в аварийном реакторе в процессе его перегрева // Доклады РАН. 2008. Т. 422. № 5. С. 608–611.
- [Молотков, 2013] *Молотков И. А.* Критическое значение распределения Маслова для суммы долгов с учётом их дюраций // Доклады РАН. 2013. Т. 450. № 6. С. 644–646.
- [Молотков, 2014] *Молотков И. А.* Об объединении двух систем, состоящих из тождественных элементов при распределении Маслова и различающихся размерностями // Доклады РАН. 2014. Т. 457. № 4. С. 403–405.
- [Молотков, Бисярин, 2004] *Молотков И. А., Бисярин М. А.* Яркие и тёмные импульсы в оптических волокнах в окрестности длины волны нулевой дисперсии // Квантовая электроника. 2004. Т. 34. № 2. С. 161–164.

- [Ораевский и др., 1995] *Ораевский В. Н., Волокитин А. С., Лизунов Г. В.* Генерация свистовых волн поперечно ограниченным ионным пучком // *Физика плазмы*. 1995. Т. 20. № 5. С. 91–95.
- [Тарбеева и др., 2011] *Тарбеева С. М., Семикоз В. Б., Соколов Д. Д.* Магнитное поле в зоне лучистого переноса и цикл солнечной активности // *Астроном. журн.* 2011. Т. 88. № 4. С. 1–7.
- [Akhmetiev, 2004] *Akhmetiev P. M.* Pontryagin-Thom construction for approximation of mappings by embeddings // *Topology Appl.* 2004. V. 140. No. 2-3. P. 133–149.
- [Akhmetiev, 2005] *Akhmetiev P. M.* On a new integral formula for an invariant of 3-component oriented links // *Geom. Phys.* 2005. V. 53. No. 2. P. 180–196.
- [Akhmet'ev, 2013] *Akhmet'ev P. M.* On a higher integral invariant for closed magnetic lines // *J. Geometry and Physics*. 2013. V. 74. P. 381–391.
- [Akhmet'ev, Frolkina, 2013] *Akhmet'ev P. M., Frolkina O. D.* On non-immersibility of  $RP^{10}$  to  $R^{15}$  // *Topology and its Applications*. 2013. V. 160. No. 11. P. 1241–1254.
- [Belyi, 2002] *Belyi V. V.* Fluctuation-Dissipation Relation for a Nonlocal Plasma // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 88. No. 25. P. 255001-4.
- [Belyi, 2003] *Belyi V. V.* Callen-Welton formula for slow temporal and spatial processes // *Physica A*. 2003. V. 315. P. 63.
- [Belyi, 2004] *Belyi V. V.* Fluctuation-Dissipation Dispersion Relation and Quality Factor for Slow Processes // *Phys. Rev. E*. 2004. V. 69. No. 1. P. 017104.
- [Belyi, 2009] *Belyi V. V.* On the Model Kinetic Description of Plasma and a Boltzmann gas of Hard Spheres // *J. Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. 2009. V. 06. P06001.
- [Belyi, Kukhareno, 2001] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A.* To the Kinetic Theory of the Quantum Weakly Non-Ideal Plasmas // *Contributions to Plasma Physics*. 2001. V. 41. No. 2.
- [Belyi, Kukhareno, 2007] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A.* Exchange correlation of particles and quantum collision integral in a non-ideal plasma with polarization // *Contribution to Plasma Physics*. 2007. V. 47. No 4-5. P. 240147.
- [Belyi, Kukhareno, 2009] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A.* Electric Field Fluctuations in the Systems of the Charged Particles with Exchange Interaction // *Contribution to Plasma Physics*. 2009. V. 49. No. 7-8. P. 550.
- [Belyi, Kukhareno, 2010] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A.* Bogolyubov Kinetic Equations and Dielectric Function with Exchange Interaction // *Physics of Particles and Nuclei (= Физика элементарных частиц и атомного ядра)*. 2010. V. 41. No. 7. P. 1000.
- [Belyi, Paiva-Veretennicoff, 1991] *Belyi V. V., Paiva-Veretennicoff I.* Electrostatic field fluctuations and form factors in multicomponent non-equilibrium plasmas // *J. Plasma Physics*. 1991. V. 42. No 1. P. 1.
- [Belyi et al., 1989a] *Belyi V. V., Demoulin W., Paiva-Veretennicoff I.* Anomalous transport in strongly inhomogeneous systems: I. A kinetic theory of non-local hydro- and plasmodynamic // *Phys. Fluids B*. 1989. V. 1. P. 305.
- [Belyi et al., 1989b] *Belyi V. V., Dewulf D., Paiva-Veretennicoff I.* Anomalous transport in strongly inhomogeneous systems: II. On the generalized hydrodynamics of a two component plasma // *Phys Fluids B*. 1989. V. 1. P. 317.
- [Belyi et al., 1996] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A., Wallenborn J.* Pair correlation function and non-linear kinetic equation for a spatially uniform polarizable non-ideal plasma // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 76. No 19. P. 3554.
- [Belyi et al., 1998] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A., Wallenborn J.* Pair correlation function and nonlinear kinetic equation for a spatially uniform polarizable non-ideal plasma // *J. Plasma Physics*. 1998. V. 59. No. 4. P. 657.

- [Belyi et al., 2002] *Belyi V. V., Kukhareno Yu. A., Wallenborn J.* Kinetic Theory of a Weakly-Nonideal Spatially Nonuniform Polarizable Plasma // Contribution to Plasma Physics. 2002. V. 42. No. 1. P. 3.
- [Burgess et al., 2003] *Burgess C., Dzhalilov N. S., Maltoni M., Rashba T. I., Semikoz V. B., Tórtola M. A., Valle J. W. F.* Large Mixing Angle Oscillations as a Probe of the Deep Solar Interior // Astrophysical J. 2003. V. 588. P. L65–L68.
- [Burgess et al., 2004a] *Burgess C. P., Dzhalilov N. S., Rashba T. I., Semikoz V. B., Valle J. W. F.* Resonant origin for density fluctuations deep within the Sun: helioseismology and magneto-gravity waves // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). 2004. V. 348. P. 609–624.
- [Burgess et al., 2004b] *Burgess C. P., Dzhalilov N. S., Maltoni M., Rashba T. I., Semikoz V. B., Tórtola M. A., Valle J. W. F.* Cornering solar radiative-zone fluctuations with KamLAND and SNO salt // J. Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). 2004. V. 01. P. 007.
- [Dai, Xie, 2004] *Dai W.-S., Xie M.* Gentile statistics with a large maximum occupation number // Annals of Physics. 2004. V. 309. P. 295–305.
- [Dumin, 2007] *Dumin Yu. V.* Comment on progress in Lunar laser ranging tests of relativistic gravity // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 059001.
- [Dvornikov, Semikoz, 2012] *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Leptogenesis via hypermagnetic fields and baryon asymmetry // J. Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). 2012. V. 02. P. 040. (Erratum *ibid.* in: J. Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). 2012. V. 08. P. E01. URL: arXiv:1111.6876 [hep-ph].)
- [Dvornikov, Semikoz, 2013] *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Lepton asymmetry growth in symmetric phase of electroweak plasma with hypermagnetic fields versus its washing out by sphalerons // Phys. Rev. D. 2013. V. 87. P. 025023. URL: arXiv:1212.1416 [astro-ph].
- [Dvornikov, Semikoz, 2014] *Dvornikov M., Semikoz V. B.* Instability of magnetic fields in electroweak plasma driven by neutrino asymmetry // J. Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). 2014. V. 05. P. 002. URL: arXiv: 1311.5267 [astro-ph].
- [Enqvist et al., 1992] *Enqvist K., Olesen P., Semikoz V.* Galactic dynamo and nucleosynthesis limit Dirac neutrino masses // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 2157.
- [Koutvitsky, Maslov, 2002] *Koutvitsky V. A., Maslov E. M.* The structure of singularities arising in the course of the Newtonian collapse of the dust-like matter // Astronomy and Astrophysics Trans. 2002. V. 21. P. 197.
- [Koutvitsky, Maslov, 2005] *Koutvitsky V. A., Maslov E. M.* Parametric instability of the real scalar pulsions // Phys. Lett. A. 2005. V. 336. P. 31.
- [Koutvitsky, Maslov, 2006] *Koutvitsky V. A., Maslov E. M.* Instability of coherent states of a real scalar field // J. Math. Phys. 2006. V. 47. P. 022302.
- [Koutvitsky, Maslov, 2011] *Koutvitsky V. A., Maslov E. M.* Gravitopulsions // Phys. Rev. D. 2011. V. 83. P. 124028.
- [Krafft, Volokitin, 2000] *Krafft C., Volokitin A. S.* Nonlinear electron beam interaction with a whistler wave packet // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. No. 11. P. 4423–4432.
- [Krafft, Volokitin, 2002] *Krafft C., Volokitin A. S.* Resonant electron beam interaction with several lower hybrid waves // Phys. Plasmas. 2002. V. 9(6). P. 2786.
- [Krafft, Volokitin, 2003] *Krafft C., Volokitin A. S.* Interaction of a wave packet with a thin electron beam spiraling in a magnetized plasma // Physics of Plasmas. 2003. V. 10. No. 8. P. 3093–3102.
- [Krafft, Volokitin, 2004] *Krafft C., Volokitin A. S.* Interaction of suprathermal electron fluxes with lower hybrid waves // Phys. Plasmas. 2004. V. 11. No. 6. P. 3165–3176.
- [Krafft, Volokitin, 2006] *Krafft C., Volokitin A.* Stabilization of the fan instability: Electron flux relaxation // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. No. 12. P. 122301.

- [Krafft, Volokitin, 2010] *Krafft C., Volokitin A.* Nonlinear fan instability of electromagnetic waves // *Phys. Plasmas*. 2010. V. 17. P. 102303.
- [Krafft, Volokitin, 2013a] *Krafft C., Volokitin A.* Nonturbulent stabilization of ion fluxes by the fan instability // *Physics Letters A*. 2013. V. 377. No. 16–17. P. 1189–1198.
- [Krafft, Volokitin, 2013b] *Krafft C., Volokitin A.* Nonlinear saturation of wave packets excited by low-energy electron horseshoe distributions // *Physical Review E*. 2013. V. 87. P. 053107.
- [Krafft et al., 2010] *Krafft C., Volokitin A., Zaslavsky A.* Nonlinear dynamics of resonant interactions between wave packets and particle distributions with loss cone-like structures // *Physical Review E*. 2010. V. 82. No. 6. P. 066402.
- [Krafft et al., 2013] *Krafft C., Volokitin A. S., Krasnoselskikh V. V.* Interaction of energetic particles with waves in strongly inhomogeneous solar wind plasmas // *Astrophys. J.* 2013. V. 778. P. 111.
- [Leinson, 1993] *Leinson L. B.* Neutrino Emission from the Bubble Phase of Stellar Nuclear Matter // *Astrophys. J.* 1993. V. 415. P. 759.
- [Leinson, 1999] *Leinson L. B.* Neutrino pair emission due to electron phonon scattering in a neutron star crust: A reappraisal // *Phys. Lett. B*. 1999. V. 469. P. 166.
- [Leinson, 2000] *Leinson L. B.* Neutrino emission due to Cooper pairing of protons in cooling neutron stars: Collective effects // *Phys. Lett. B*. 2000. V. 473. P. 318.
- [Leinson, 2002] *Leinson L. B.* Weak magnetism effects in the direct Urca processes in cooling neutron stars // *Phys. Lett. B*. 2002. V. 532. P. 267.
- [Leinson, 2010a] *Leinson L. B.* Superfluid phases of triplet pairing and neutrino emission from neutron stars // *Phys. Rev. C*. 2010. V. 82. P. 065503.
- [Leinson, 2010b] *Leinson L. B.* Neutrino emission from spin waves in neutron spin-triplet superfluid // *Phys. Lett. B*. 2010. V. 689. P. 60.
- [Leinson, 2010c] *Leinson L. B.* Neutrino emission from triplet pairing of neutrons in neutron stars // *Phys. Rev. C*. 2010. V. 81. P. 025501.
- [Leinson, 2011] *Leinson L. B.* New Eigen-mode of spin oscillations in the triplet superfluid condensate in neutron stars // *Phys. Lett. B*. 2011. V. 702. P. 422.
- [Leinson, 2012] *Leinson L. B.* Collective modes of the order parameter in a triplet superfluid neutron liquid // *Phys. Rev. C*. 2012. V. 85. P. 065502.
- [Leinson, Perez, 1998] *Leinson L. B., Perez A.* Direct URCA process in neutron stars with strong magnetic fields // *J. High Energy Physics (JHEP)*. 1998. No. 9809. P. 020.
- [Leinson, Perez, 2001] *Leinson L. B., Perez A.* Relativistic direct Urca processes in cooling neutron stars // *Phys. Lett. B*. 2001. V. 518. P. 15. (Erratum *ibid.* 2001. V. B522. P. 358.)
- [Leinson, Perez, 2006] *Leinson L. B., Perez A.* Vector current conservation and neutrino emission from singlet-paired baryons in neutron stars // *Phys. Lett. B*. 2006. V. 638. P. 114.
- [Lizunov et al., 1993] *Lizunov G. V., Volokitin A. S., Skidanov D. B.* The instability of electron beam with finite radius in boundless plasma // *Ann. Geophys.* 1996. V. 14. No. 3. P. 367–374.
- [Lochak, Maslov, 1993] *Lochak G., Maslov E. M.* Sur les solutions localisees d’une equation non lineaire representant un monopole magnetique // *Ann. Fond. L. de Broglie*. 1993. V. 18. P. 1.
- [Malomed, Maslov, 1991] *Malomed B. A., Maslov E. M.* Collapse of a spherical kink in the  $\phi^4$  model // *Phys. Lett. A*. 1991. V. 160. P. 233.
- [Maslov, 1990] *Maslov E. M.* Pulsons, bubbles, and the corresponding nonlinear wave equations in  $n+1$  dimensions // *Phys. Lett. A*. 1990. V. 151. P. 4.
- [Maslov, 1991] *Maslov E. M.* The inverse problem of dynamics for the nonlinear Klein-Gordon equation // *Inverse Problems*. 1991. V. 7. P. L1.

- [Maslov, 2001a] *Maslov E. M.* Parametric resonance as a possible cause of spontaneous transitions from metastable states // Ann. Fond. L. de Broglie. 2001. V. 26. P. 329.
- [Maslov, 2001b] *Maslov E. M.* A new equation describing the bubble expansion in metastable media // Phys. Lett. A. 2001. V. 286. P. 407.
- [Maslov, Shagalov, 1993] *Maslov E. M., Shagalov A. G.* Exploding gaussons // Proc. 8<sup>th</sup> International Workshop (NEEDS'92) / Ed. V. Makhankov, I. Puzynin, O. Pashaev. Singapore: World Scientific, 1993. P. 159.
- [Maslov, Shagalov, 1997] *Maslov E. M., Shagalov A. G.* The formation of explosions in pulson collisions // Phys. Lett. A. 1997. V. 224. P. 277.
- [Maslov, Shagalov, 1998] *Maslov E. M., Shagalov A. G.* On the dynamics of scalar wave collapse // Phys. Lett. A. 1998. V. 239. P. 46.
- [Maslov, Shagalov, 2001] *Maslov E. M., Shagalov A. G.* Dynamics of first-order phase transitions in the  $\phi^4$ - $\phi^6$  model caused by the parametric instability of the metastable vacuum // Physica D. 2001. V. 152–153. P. 769.
- [Maslov, Shagalov, 2004] *Maslov E. M., Shagalov A. G.* Point-to-point description of the bubble wall dynamics in two-vacuum scalar field models // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 065018.
- [Miranda et al., 2004a] *Miranda O. G., Rashba T. I., Rez A. I., Valle J. W. F.* Enhanced solar antineutrino flux in solar random magnetic fields // Phys. Rev. D. 2004. V. 70. P. 113002.
- [Miranda et al., 2004b] *Miranda O. G., Rashba T. I., Rez A. I., Valle J. W. F.* Constraining the Neutrino Magnetic Moment with Antineutrinos from the Sun // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 1204.
- [Molotkov, 2005] *Molotkov I. A.* Analytical Methods in Nonlinear Wave Theory. Sofia-Moscow: Pensoft, 2005.
- [Molotkov, 2010] *Molotkov I. A.* Maslov Distribution and Formulas for the Entropy // Russ. J. Math. Phys. 2010. V. 17. No. 4. P. 476–485.
- [Nunokawa et al., 1996] *Nunokawa H., Rossi A., Semikoz V. B., Valle J. W. F.* The Effect of random matter density perturbations on the MSW solution to the solar neutrino problem // Nuclear Physics. 1996. V. B472. P. 495–517. [hep-ph/9602307].
- [Nunokawa et al., 1997] *Nunokawa H., Semikoz V. B., Smirnov A. Yu., Valle J. W. F.* Neutrino conversions in a polarized medium // Nuclear Physics. 1997. V. B501. P. 17–40. [hep-ph/9701420].
- [Rashba et al., 2004] *Rashba T. I., Semikoz V. B., Valle J. W. F.* Radiative zone magnetic fields and g-modes in the Sun // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). 2004. V. 348. P. 609–624.
- [Rashba et al., 2007] *Rashba T. I., Semikoz V. B., Turck-Chieze S., Valle J. W. F.* Probing the internal solar magnetic fields through g-modes // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS). 2007. V. 377. P. 453.
- [Semikoz, Sokoloff, 2004] *Semikoz V. B., Sokoloff D. D.* Large-Scale Magnetic Field Generation by  $\alpha$  Effect Driven by Collective Neutrino-Plasma Interaction // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 131301.
- [Semikoz, Valle, 2011] *Semikoz V. B., Valle J. W. F.* Chern-Simons anomaly as polarization effect // J. Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP). 2011. V. 11. P. 048.
- [Volokitin, Krafft, 2000] *Volokitin A. S., Krafft C.* Dynamically stable electron bunches in beam interaction with an electromagnetic wave packet // Письма ЖЭТФ. 2000. T. 71. № 5. С. 262–267.
- [Volokitin, Krafft, 2001a] *Volokitin A. S., Krafft C.* Electron beam interaction with lower hybrid waves at cyclotron resonances // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. No. 8. P. 3748–3758.

- [Volokitin, Krafft, 2001b] *Volokitin A. S., Krafft C.* Spiral electron beam interaction with whistler waves at cyclotron resonances // *Phys. Plasmas*. 2001. V. 8. No. 11. P. 4960–4971.
- [Volokitin, Krafft, 2012] *Volokitin A., Krafft C.* Velocity diffusion in plasma waves excited by electron beams: a numerical experiment // *Plasma Phys. Control. Fusion*. 2012. V. 54. P. 085002.
- [Volokitin et al., 1997] *Volokitin A., Krafft C., Matthieussent G.* Whistler waves emission by a modulated electron beam: nonlinear theory // *Phys. Plasmas*. 1997. V. 4. No. 11. P. 4126–35.
- [Volokitin et al., 2013] *Volokitin A., Krasnoselskikh V., Krafft C., Kuznetsov E.* Modeling of beam plasma interaction in strongly inhomogeneous plasma // sh51b-2246, American Geophysical Union's 45<sup>th</sup> annual Fall Meeting, San Francisco, California, 3–7 Dec. 2012; AIP Conf. Proc. 2013. V. 1539. P. 78. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4810994>.
- [Zaslavsky et al., 2007] *Zaslavsky A., Krafft C., Volokitin A.* Loss-cone instability: wave saturation by particle trapping // *Phys. Plasmas*. 2007. V. 14. P. 122302.

## RESEARCH AT THE THEORETICAL DEPARTMENT OF IZMIRAN

*V. B. Semikoz*

Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation of Russian Academy of Sciences (IZMIRAN)

The research conducted in the theoretical department in recent decades covers the application of modern methods of theoretical physics to solving problems in solar physics, space plasma physics, relativistic astrophysics and cosmology, neutrino astrophysics, as well as consideration of nonlinear phenomena in the dark matter. A substantial progress has been achieved also in the development of some sophisticated approaches in mathematical physics, such as application of differential topology to the dynamo theory and geophysics, and various variational and asymptotic methods. Many results have been obtained in the study of solar magnetic fields and density perturbations in the radiative zone of the Sun and related effects on the solar neutrino oscillations. This study had being in the focus of attention in the theoretical department IZMIRAN for several years.

The review below presents the most important results of these investigations. The list of publications includes selected papers published in the high-profile peer-reviewed international and national journals during 1989–2014 years.

*Keywords:* solar neutrinos, solar dynamo, cosmological magnetic fields, baryon asymmetry, neutron star, neutrino emission, plasma turbulence, fan instability, invariants in ideal MHD, nonlinear dynamics of dark matter, nonlinear waves, kinetics of nonideal plasma.

---

**Semikoz** Viktor Borisovich — head of department, [semikoz@yandex.ru](mailto:semikoz@yandex.ru)